Concursul de Matematică
„Nicanor Moroşan" - Pîrteştii de Jos
Ediția a XVIII-a
04.04.2026
BAREM
Clasa a VIII – a

SUBIECTUL I (20 p)

a) Fie mulțimile: A = $\left\{x \in \mathbb{R}/0 \le \frac{2x+7}{4} < 6\right\}$ și B = $\left\{x \in \mathbb{R}/\left|\frac{4x-3}{3}\right| \le 3\right\}$. Să se determine mulțimile A, B și cardinalul mulțimii A∩B∩$\mathbb{Z}^*$. **(10 p)**

Barem:

A = [-3,5; 8,5) .... **4 p**

B = [-1,5; 3] .... **4 p**

A∩B∩$\mathbb{Z}^*$ = {-1; 1; 2; 3} .... **1 p**

Card(A∩B∩$\mathbb{Z}^*$) = 4 .... **1 p**

b) Dacă a ∈ [-2; 3] și $\frac{a+2}{5} = b$, atunci expresia
E = $\sqrt{a^2+2b^2+4a+4} + \sqrt{a^2+2b^2-6a-4b+11}$
are valoare constantă. **(10 p)**

Barem:

b ∈ [0; 1] .... **2 p**

$a^2+2b^2+4a+4 = (a+2)^2 + 2b^2$ .... **2 p**

$a^2+2b^2-6a-4b+11 = (a-3)^2 + 2(b-1)^2$ .... **2 p**

E = $3\sqrt{3}|b| + 3\sqrt{3}|b-1|$ .... **2 p**

E = $3\sqrt{3}$ valoare constantă .... **2 p**

SUBIECTUL II (25 p)

Fie expresia E(x) = $\left(\frac{6}{x^2-4x+4} + \frac{2x-4}{x^2+x-6} + \frac{2}{2-x}\right) : \frac{2x-19}{x+3} + \frac{x}{(x-2)^2}$, pentru orice x ∈ $\mathbb{R}$/{-3, 2, $\frac{19}{2}$}.

a) Arătați că $x^2 + x - 6$ = (x + 3)(x – 2). **(3 p)**

b) Arătați că E(x) = $\frac{1}{x-2}$, pentru orice x ∈ $\mathbb{R}$/{-3, 2, $\frac{19}{2}$}. **(12 p)**

c) Găsiți valorile întregi ale numărului a pentru care (2a + 1) · E(a) ∈ $\mathbb{Z}$. **(10 p)**

Barem:

a) $x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6$ = x(x+3) – 2(x + 3) = (x+3)(x-2) .....**3 p**

b) $E(x) = \frac{6(x+3)+2(x-2)^2-2(x^2+x-6)}{(x-2)^2(x+3)} \cdot \frac{x+3}{2x-19} + \frac{x}{(x-2)^2}$ .... **5 p**

$E(x) = \frac{-4x+38}{(x-2)^2(2x-19)} + \frac{x}{(x-2)^2}$ .... **3 p**

Finalizare, E(x) = $\frac{1}{x-2}$ .... **4 p**

c) (2a + 1) · E(a) = $\frac{2a+1}{a-2}$ .... **2 p**

$\frac{2a+1}{a-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ a – 2 ∈ D_5 .... **5 p**

Finalizare, a ∈{1, 3, 7} **3p**

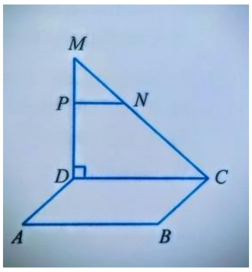
SUBIECTUL III (25 p)

Fie ABCD un dreptunghi și MDC un triunghi dreptunghic, $\sphericalangle MDC = 90°$, $M \notin (ABC)$, AB = 18 cm, AD = 12 cm, $P \in (MD)$, $N \in (MC)$, MP = 8 cm, $\frac{MN}{NC} = \frac{1}{2}$. Știind că MC = 30 cm:

a) Calculați tangenta unghiului format de MC cu AB. **(15 p)**

b) Arătați că PN ∥ (ABC). **(10 p)**

Barem:



a) Realizarea corectă a figurii ....**3 p**

Justificare: $\sphericalangle(MC, AB) = \sphericalangle MCD$........................**5 p**

MD=24 cm..**4 p**

$tg \sphericalangle MCD = \frac{4}{3}$...**3 p**

b) Se arată $\frac{MP}{PD} = \frac{MN}{NC}$...**5 p**

Finalizare $PN \parallel DC$..**2 p**

Finalizare PN ∥ (ABC).......................................**3 p**

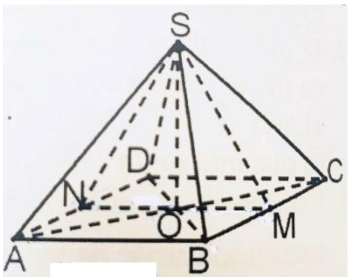
SUBIECTUL IV (20 p)

1. În piramida patrulateră regulată SABCD, $M \in BC$, M mijlocul lui BC, $N \in AD$, N mijlocul lui AD, triunghiul SMN este echilateral, iar distanța de la O la planul (SBC) este de $6\sqrt{3}$ cm.

a) Aflați lungimea muchiei laterale; **(10 p)**

b) Calculați $\sin\left(\sphericalangle\left((SAB), (SBC)\right)\right)$. **(10 p)**

Barem:



a) Realizarea corectă a figurii ....**3 p**

Determinare AB=24 cm..................................**4 p**

Determinare SB=$12\sqrt{5}$ cm..............................**3 p**

b) Se construiește $AR \perp SB, R \in SB$,

se demonstrează $CR \perp SB$ ....**2 p**

Determinare $\sphericalangle\left((SAB), (SBC)\right) = \sphericalangle ARC$..**1 p**

Determinare $A_{\Delta ARC} = \frac{288\sqrt{15}}{5}$ cm^2...**4 p**

Determinare $\sin\left(\sphericalangle\left((SAB), (SBC)\right)\right) = \sin \sphericalangle ARC = \frac{\sqrt{15}}{8}$........................**3 p**

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru: 2 ore.

Notă. Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.